Warum $\frac{\partial B}{\partial t}$ im Maxwellgesetz, aber $\frac{d}{dt}$ im Induktionsgesetz?

$\vec{E} = \frac{1}{q} \oint \vec{F}\, d\vec{s}$

$= \oint \vec{E}\, d\vec{s} + \oint (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{s}$

$= \iint \mathrm{rot}\,\vec{E}\, d\vec{A} + \oint (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{s}$

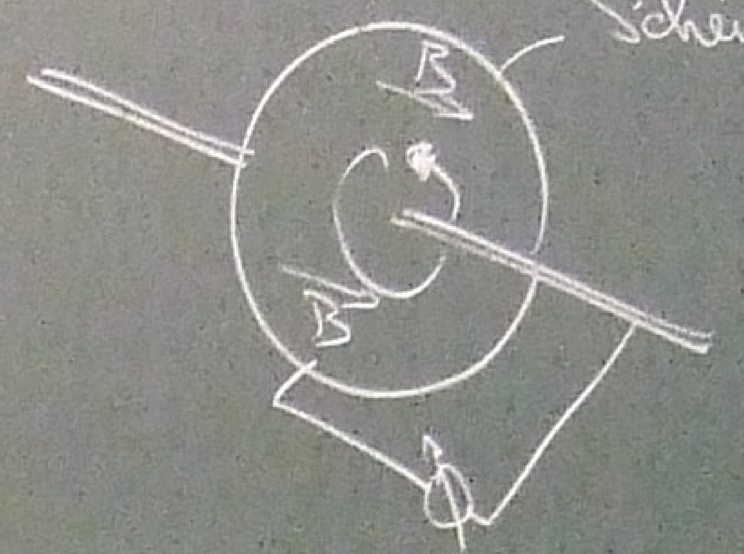
$$\boxed{\vec{E} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{A} + \oint (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{s}}$$

$\overset{!}{=} -\frac{d}{dt} \iint \vec{B}\, d\vec{A}$ (Ind. Gesetz)

Lapidar:

" $\frac{d}{dt}(AB) = B\frac{\partial A}{\partial t} + A\frac{\partial B}{\partial t}$ "

Unipolarinduktor



Scheibe ist Magnet + Leiter

Siehe: Am. J. Phys. 46 (7) July 1978, p. 729

Spannung?

Im Laborsystem: $\vec{v} \times \vec{B}$ im drehenden Magnet.

Im rotierenden System: $\vec{v} \times \vec{B}$ in der sich relativ drehenden Kontaktring.

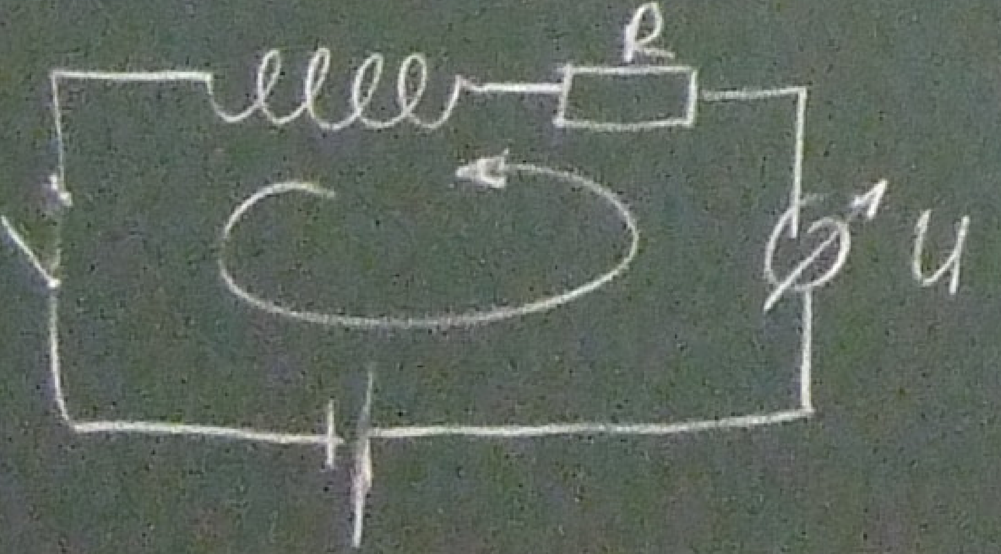
Experimente zum Transformator

Spulenspannung $\rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \leftarrow$ Wicklungszahl

– Hörner-transformator $\frac{N_1}{N_2} = \frac{23000}{500}$. $U\uparrow$ weil $\frac{N_1}{N_2} > 1$

– Drähte zum Glühen bringen $\frac{N_1}{N_2} \ll 1$

Einschalten & Ausschalten einer Spule

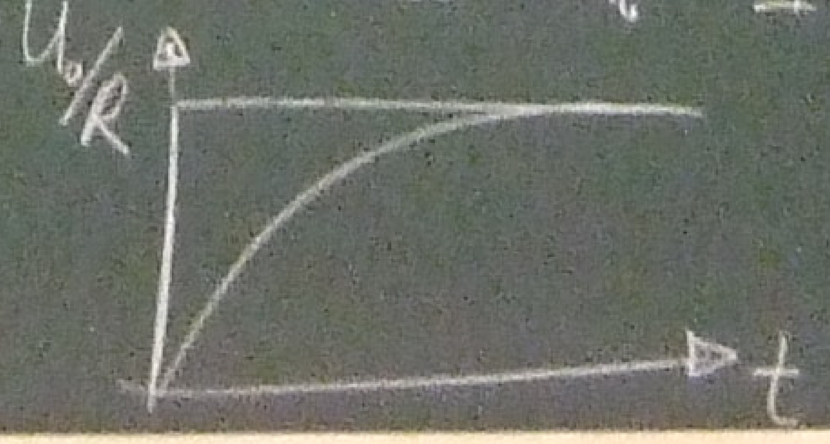


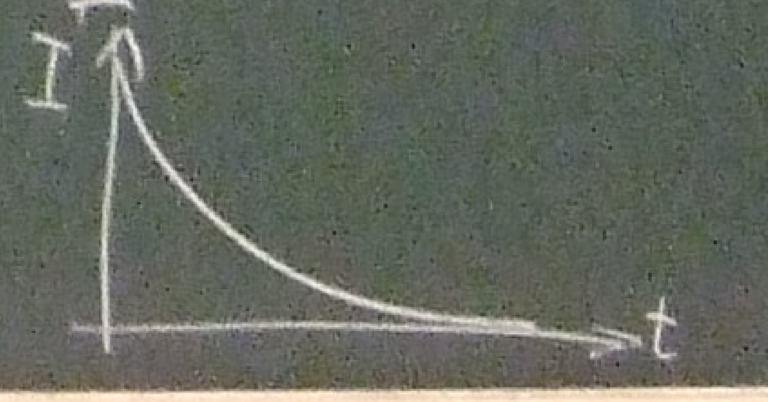
Lenz'sche Regel bewirkt, daß die Selbstinduktivität einer Spule jede Stromänderung entgegenwirkt

Einschalten

$IR = U_0 + U_{induz} = U_0 - L\dot{I}$ (Def. Induktivität)

$L\dot{I} + RI = U_0$ $\quad I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $\quad \tau = \frac{L}{R}$





Energie des Magnetfelds

Wegen der Selbstinduktivität muß Leistung gegen induzierte Spannung getrieben werden.

$$W = -q\,U_{ind} \quad \text{(System verliert Energie)}$$

$$\frac{dW}{dt} = -I\,U_{ind} = I L \dot{I} \quad \text{(Ind. ges.)}$$

$$dW = L \cdot I \cdot dI$$

$$W = \int_0^{I_0} L I\, dI = \frac{1}{2} L I_0^2$$

(Siehe: $W = \frac{1}{2} C U^2$)

Für lange Spulen

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} \cdot I \;;\; L = \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot A$$

(aus: $\phi = NAB$, $\dot{\phi} = -L\dot{I} \rightsquigarrow L$)

$$W = \frac{L}{2} I_0^2 = \frac{\mu_0}{2} \frac{N^2 A I_0^2}{l} = \frac{\cancel{\mu_0} A}{2 \cancel{l}} \cdot \frac{B^2 l^{\cancel{2}}}{\mu_0^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \underbrace{A \cdot l}_{V} \qquad N^2 I^2 = \frac{B^2 l^2}{\mu_0^2}$$

Energiedichte des Magnetfeldes:

$$\frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

(Analog: $\frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$)

Materie im Magnetfeld

Analog zum Kondensator mit & ohne Dielektrikum, Spule mit & ohne Materie. Messung von B ergibt für sogenannte para- & ferromagnetische Materialien einen Anstieg: $B > B_0$. $\quad B = \mu B_0$ ($\mu > 1$ für viele Materialien)

(Analog: $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$)

grund: Ausrichtung permanenter Dipole ergibt Zusatzfeld.

Atomare Dipole ≡ Atomare Kreisströme

- Elektronenspins
- Bahndrehimpuls der Elektronen

Ausrichten der Dipole: Magnetisierung M ($\hat{=}$ Polarisierung)

Zu den äußeren Strömen I (in der Spule) kommen die atomaren Ströme (innere Ströme) hinzu.

① $U = \frac{1}{q}\underbrace{\oint \vec{F}\,d\vec{s}}_{W}$

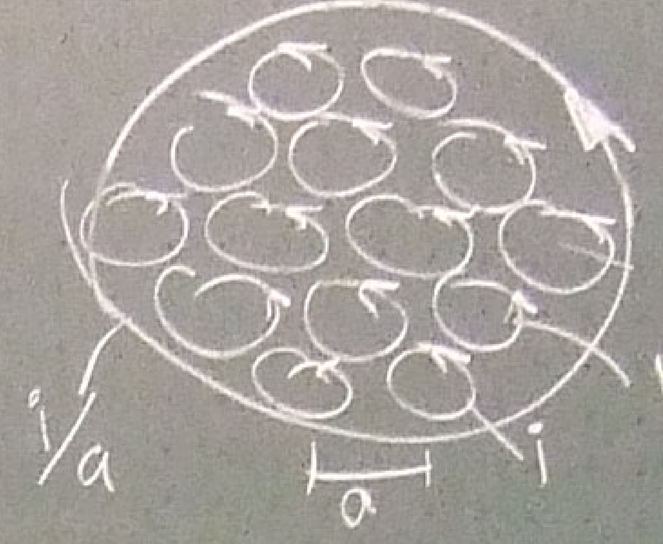
$= -\frac{d}{dt}(AB)$

$B = \mu_0(nI + \underbrace{i/a}_{M})$

n: Wicklungen pro Länge

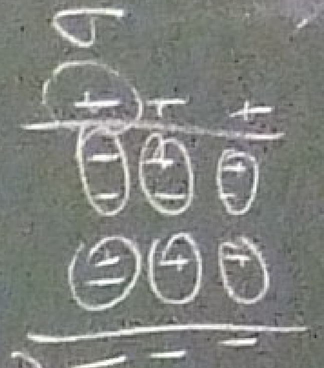
i: Atomare Ringstrom

a: atomare Länge



$m = i a^2$: atomares Dipolmoment

i/a : Oberflächenstrom/Länge



Magnetisierung $M = \frac{\text{magnetischen Dipolmomente}}{\text{Volumeneinheit}} = \frac{i a^2}{a^3} = i/a$

Maxwellgesetze erweitern:

$\oint \vec{B}\,d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 i$; $i = \oint \vec{M}\cdot d\vec{s}$

$\oint \underbrace{(\vec{B} - \mu_0 \vec{M})}\,d\vec{s} = \mu_0 I_{Außen}$

dafür häufig $\mu_0 H = \vec{B} - \mu_0 \vec{M} \overset{!}{=} \frac{\vec{B}}{\mu}$

$\oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu}\right) d\vec{s} = \mu_0 I \leadsto \boxed{\oint \vec{B}\,d\vec{s} = \mu\mu_0 I}$

Analog:

$\iint \underbrace{\left(\vec{E} + \vec{P}/\varepsilon_0\right)}\,d\vec{A} = \frac{Q_{frei}}{\varepsilon_0}$

$\frac{\vec{D}}{\varepsilon_0} = \vec{E} + \vec{P}/\varepsilon_0 = \varepsilon \vec{E}$

$\iint \vec{E}\,d\vec{A} = \frac{Q_{frei}}{\varepsilon_0 \varepsilon}$

Magnetische Suszeptibilität

$\chi_m = \frac{\mu_0 M}{B_{außen}}$ und $\mu = 1 + \chi$ (für χ klein gegen 1)

(vorher $\varepsilon = 1 + \chi$)

Klassifizierung magn. Materialien

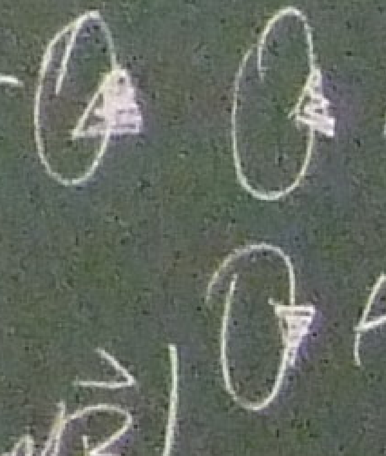
$\chi > 0$: paramagnetisch $B\uparrow$ $M\uparrow$

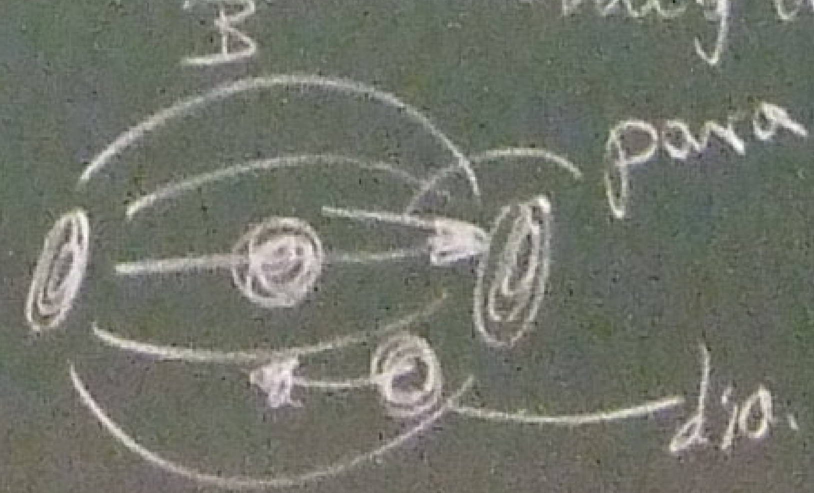
$\chi < 0$: diamagnetisch $B\uparrow$ $M\downarrow$

$\chi \gg 0$: ferromagnetisch

Diamagnetismus: induzierte Dipole (Abstoßung im grad B) (Lenz'sche Regel $\leadsto M\downarrow B\uparrow$)

Paramagnetismus: permanente Dipole (Anziehung im grad B) }





$\vec{F} = \vec{m}(\text{grad}\,\vec{B})$

Paramagnetismus

Ausrichtung perm. Dipole (meistens e^--Spin)

$U = -\vec{m}\,\vec{B}$: Energie

$\langle m_b \rangle = m \cdot L\left(\frac{mB}{kT}\right)$: Langevin-Funktion.

Für $mB \ll kT$: Niedrigfeldnäherung: $\langle m \rangle = \frac{m^2 B}{3kT}$

Magnetisierung $M = n \cdot \langle m \rangle = n \cdot \frac{m^2 B}{3kT}$

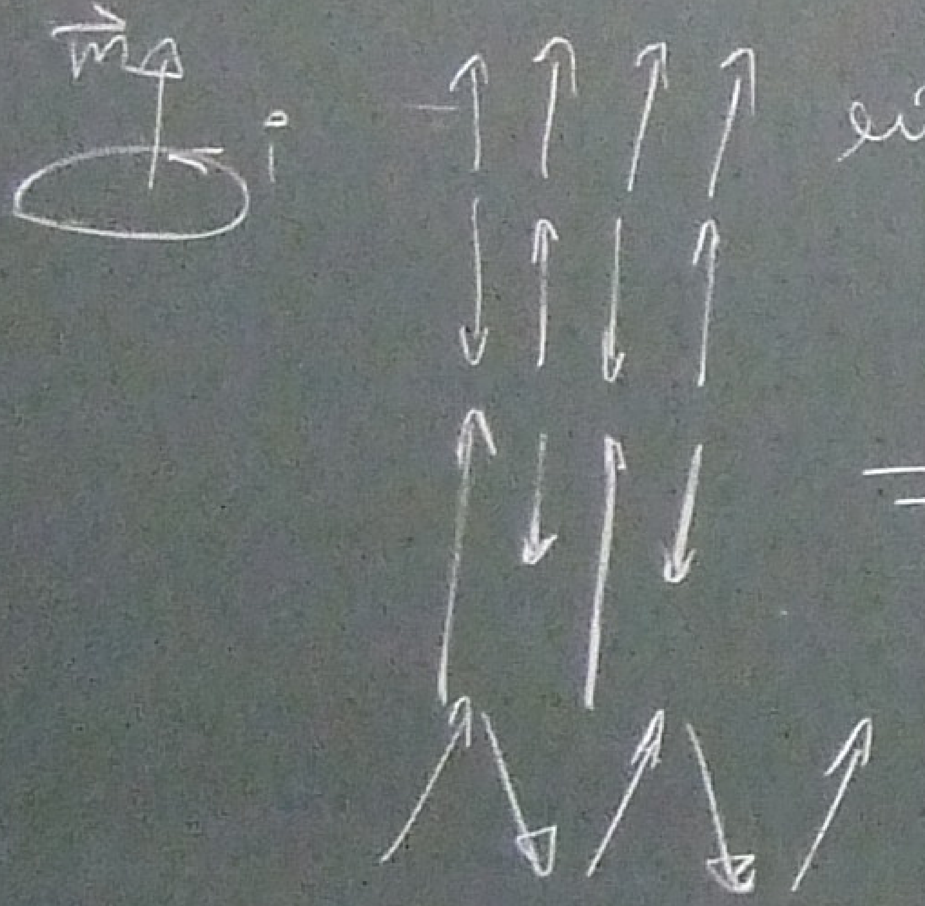
(n: Dichte)

$\rightsquigarrow$ Suszeptibilität $\chi = \frac{n \mu_0 m^2}{3kT} \sim \frac{1}{T}$ (Curie-Gesetz)

Ferromagnetismus

Es existieren Materialien mit permanenter Magnetisierung.

Möglichkeiten der Ordnung



Ordnung tritt nur unterhalb einer Best. T_C auf

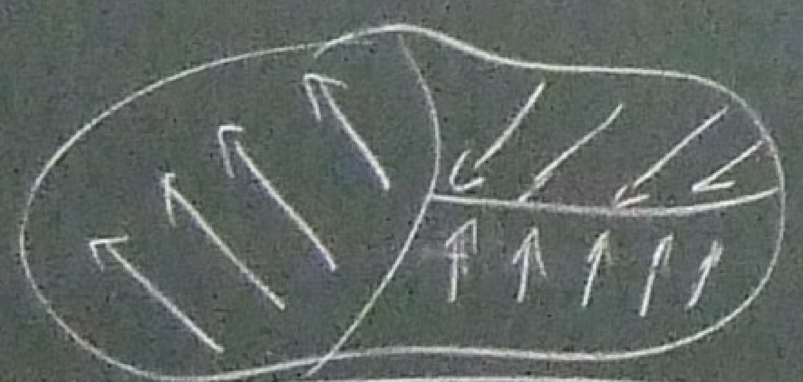
„Curie-Temperatur"

Oberhalb: Paramagnetismus: $\chi = \frac{\text{Const}}{T - T_C}$: Curie-Weiss-Gesetz

Ferromagnetische Domänen

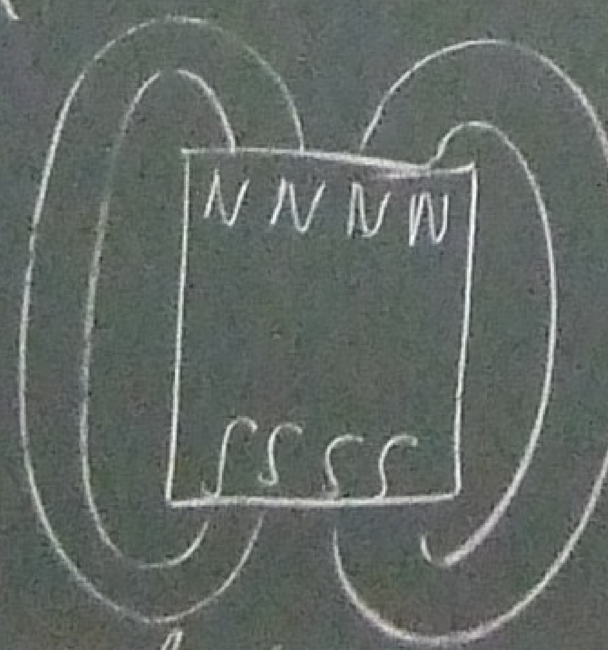
$T \ll T_C$: alle magn. Momente ausgerichtet, aber nach außen keine Magnetisierung nachweisbar

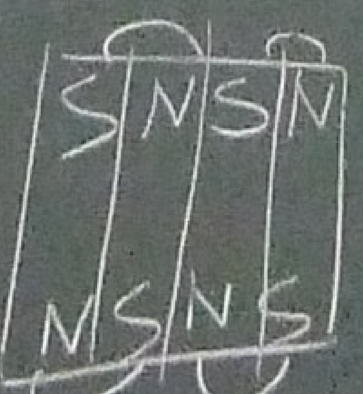
$\boxed{U_{ind} + U_0 = RI}$ $U_0 - L\dot{I}$

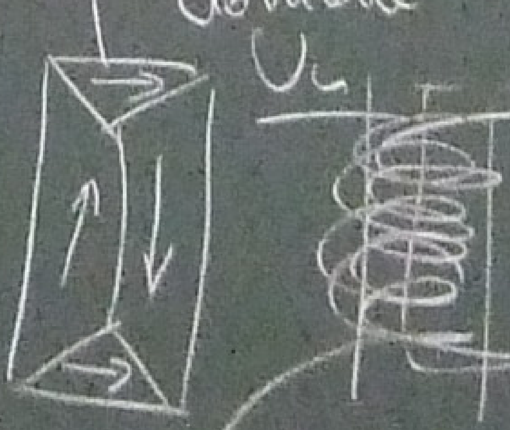


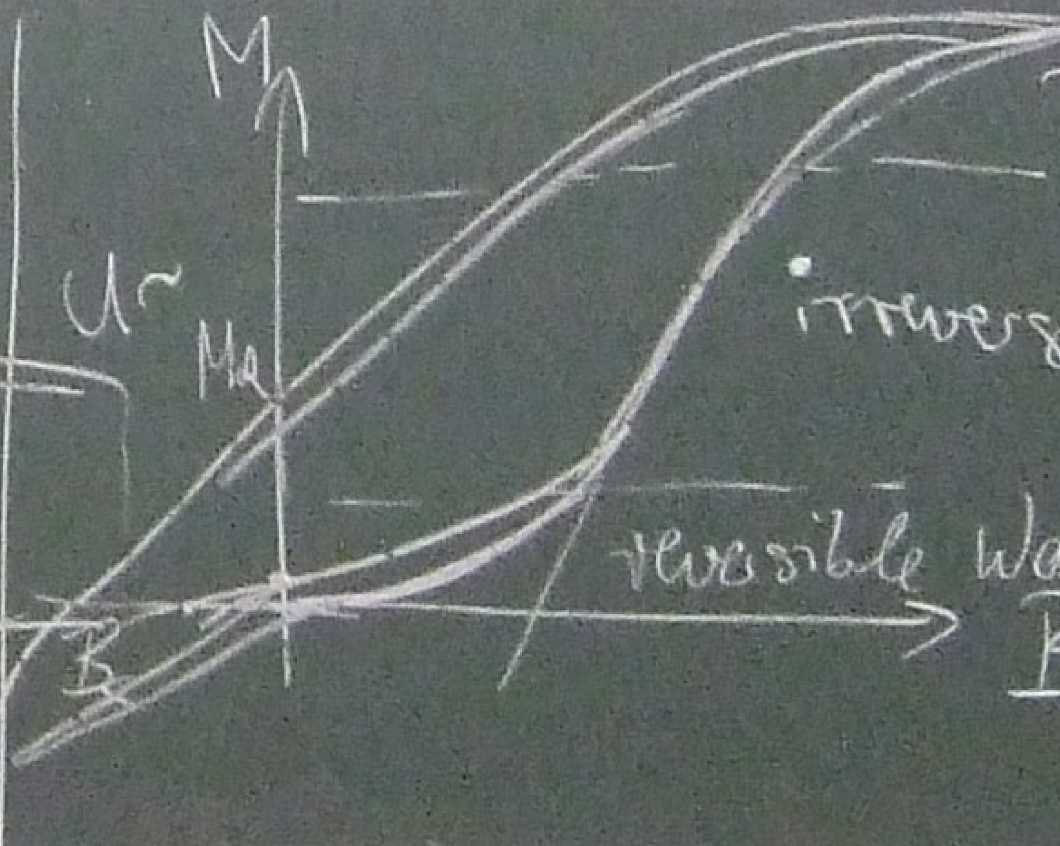
$\vec{M} = 0$ im Mittel.

Dies ist energetisch günstiger:









M_R : Remanenzmagnetisierung (groß bei Permanentmagn.)

B_C : Koerzitivkraft : klein für Trafomaterialien